Universidad de Costa Rica - Escuela de Economía - Teoría Microeconómica 2
Examen Parcial 1 – I Semestre - Prof. Edgar A Robles, Ph.D. – 19 de abril de 2018

Responda todas las preguntas de forma clara, directa, completa y sucinta. En cada respuesta debe mostrar el procedimiento utilizado. Las respuestas deben estar escritas en lapicero, de lo contario no se permitirán reclamos. Cada inciso dentro de cada pregunta tiene la misma ponderación. El examen se puede realizar en parejas. Si decide hacerle de forma individual la nota obtenida tiene una bonificación de 10%. Tiempo para el examen 120 minutos.

1. Una modificación de la función de utilidad Cobb-Douglas en n bienes (50 puntos)

Un consumidor con un ingreso igual a m tiene una función de utilidad por n bienes igual a:

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} (x_i - a_i), \quad x_i > 0$$

a. Encuentre la demanda marshalliana de x_i y muestre que es homogénea de grado 0 en precios e ingreso.

$$\frac{\partial U_i}{\partial U_j} = \frac{x_j - a_j}{x_i - a_i} = \frac{P_i}{P_j} \rightarrow x_i = \frac{P_j(x_j - a_j)}{P_i} + a_i$$

$$P_1\left[\frac{P_j(x_j - a_j)}{P_1} + a_1\right] + P_2\left[\frac{P_j(x_j - a_j)}{P_2} + a_2\right] + \cdots + P_j x_j + \cdots + P_n\left[\frac{P_j(x_j - a_j)}{P_n} + a_n\right] = m$$

$$nP_j x_j = m + na_j P_j - \sum_{i}^{n} a_i P_i$$

$$x_j^M = \frac{m}{nP_j} + \frac{(n-1)}{n} a_j - \frac{\sum_i^n a_i P_i}{nP_j}$$

b. Encuentre la demanda hicksiana de x_i y muestre que esta demanda es homogénea de grado 0 en precios.

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_j - a_j) \prod_{j \neq i}^{n} \left[\frac{P_j(x_j - a_j)}{P_i} + a_i - a_i\right] = \left[P_j(x_j - a_j)\right]^n \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{P_i}$$

$$x_j^H = \frac{\left(\frac{U}{\prod_{i=1}^{n} \frac{1}{P_i}}\right)^{1/n}}{P_j} + a_j$$

Para las siguientes preguntas debe asumir $i = 1, 2$.

$$x_1^M = \frac{m}{2P_1} + \frac{a_1}{2} - \frac{a_2P_2}{2P_1};$$

$$\eta_{11}^M = \frac{-m + a_2P_2}{m + a_1P_{1-}a_2P_2}$$

$$\eta_{1m}^M = \frac{m}{m + a_1P_{1-}a_2P_2}$$

$$x_2^M = \frac{m}{2P_2} + \frac{a_2}{2} - \frac{a_1P_1}{2P_2}$$

$$x_1^H = \left(U\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{2}} + a_1;$$

$$\eta_{11}^H = -\frac{1}{2}\frac{(UP_2)^{\frac{1}{2}}}{\left[(UP_2)^{\frac{1}{2}} + a_1P_1^{1/2}\right]};$$

$$x_2^H = \left(U\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/2} + a_2$$

c. Demuestre la descomposición de Slutsky del bien x_1 de una variación del precio del bien 1 (utilice elasticidades).

$$-\frac{1}{2}\frac{(UP_2)^{\frac{1}{2}}}{P_1^{\frac{3}{2}}} = -\frac{m}{2P_1^2} + \frac{a_2P_2}{2P_1^2} + \frac{1}{2P_1}\left[\left(U\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{2}} + a_1\right];$$

d. Utilice elasticidades para comprobar la simetría de Hicks.

$$\frac{\partial x_1^H}{\partial P_2} = \frac{\partial x_2^H}{\partial P_1} = \frac{1}{2}\left(U\frac{1}{P_1P_2}\right)^{1/2}$$

e. Compruebe la Agregación de Engels.

$$P_1\frac{\partial x_1^M}{\partial m} + P_2\frac{\partial x_2^M}{\partial m} = P_1\frac{1}{2P_1} + P_2\frac{1}{2P_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

f. Compruebe la Agregación de Cournot.

$$\frac{m}{2P_1} + \frac{a_1}{2} - \frac{a_2P_2}{2P_1} + P_1\left[-\frac{m}{2P_1^2} + \frac{a_2P_2}{2P_1^2}\right] - P_2\left[\frac{a_1}{2P_2}\right] = 0$$

2. Impuestos sobre el consumo (25 puntos)

Para el caso de un impuesto unitario sobre el consumo de un bien, obtenga una ecuación que relacione el costo en bienestar causado por el impuesto en función de las elasticidades de oferta y demanda.

3. Demandas marshallianas (25 puntos)

Encuentre las demandas marshallianas de las siguientes funciones de utilidad para todos los niveles de precio e ingreso viables:

a. $U(x_1, x_1) = \min(x - y, y - x)$
b. $U\ (x_1, x_1) = \min(x, lny)$